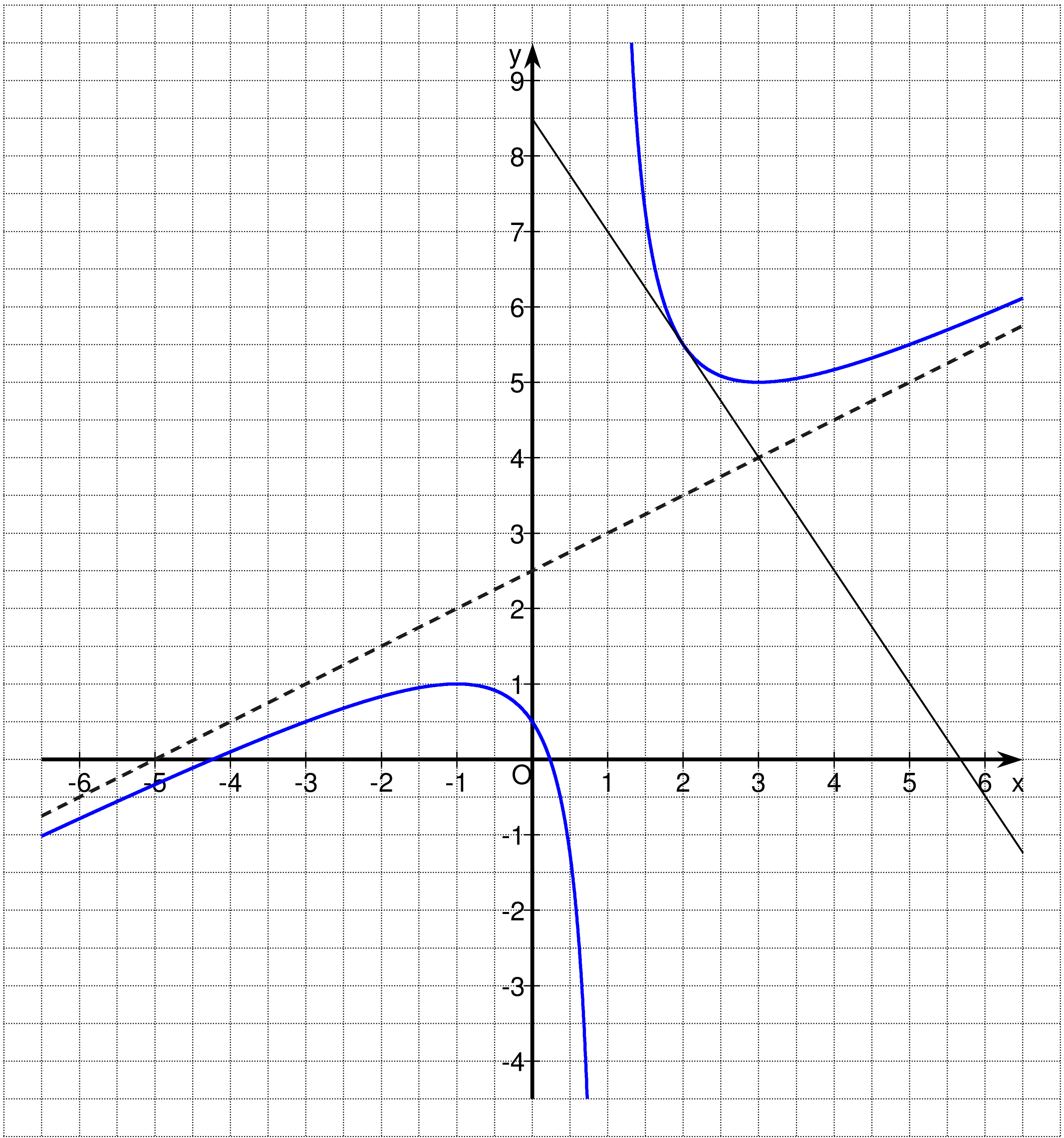
NP

Klasse B12T4

2. Schulaufgabe aus der Mathematik am 21.02.2013 Name ....

1.1	1.2	1.3	1.4.1	1..4.2	1.4.3	1.4.4	2.1	2.2	2.3	2.4	Σ

Zu Aufgabe 1.4.4



B12T1 2. Schulaufgabe am 21.01.14

1.0 $f_k(x) = \frac{x^2+4x-k}{2x-2}$; $k \in \mathbb{R}$; $D = \mathbb{R}\setminus\{1\}$

1.1 $x_N = 1$ in Z: $1+4-k=0 \Leftrightarrow k=5$

$$f_5(x) = \frac{x^2+4x-5}{2(x-1)} = \frac{(x+5)(x-1)}{2\cdot(x-1)} \Rightarrow \underline{f_5(x) = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}}$$

1.2 Für $k \neq 5$: senkr. As. $\underline{x = 1}$

$$(x^2+4x-k):(2x-2) = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} + \frac{5-k}{2x+2}$$
$$-(x^2-1x)$$
$$5x-k$$
$$-(5x-5)$$
$$5-k$$

Schräge As: $\underline{y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}}$

1.3
$$f_k'(x) = \frac{(2x-2)\cdot(2x+4)-(x^2+4x-k)\cdot 2}{[2(x-1)]^2} =$$
$$= \frac{4x^2+8x-4x-8-2x^2-8x+2k}{4(x-1)^2} =$$
$$= \frac{2x^2-4x-8+2k}{4(x-1)^2} = \frac{\cancel{2}(x^2-2x-4+k)}{\cancel{2}\cdot 2(x-1)}$$

$D = (-2)^2 - 4\cdot 1(-4+k) = 4+16-4k = 20-4k$

$D > 0$, also $20-4k > 0 \Leftrightarrow -4k > -20 \Leftrightarrow \underline{k < 5}$

1.4.1
$$f'(x) = \frac{x^2-2x-3}{2(x-1)} = \frac{(x-3)(x+1)}{2(x-1)} = 0 \text{ ; } x_1 = 3 \text{ ; } x_2 = -1$$

x		-1		1		3	
$Z'(x)$	+	0	−	−	−	0	+
$N'(x)$	+	+	+	0	+	+	+
$f'(x)$	+	0	−	↯	−	0	+
G_f	sms	HOP	smf	↯	smf	TIP	sms

$f_1(-1) = 1 \Rightarrow$ $\underline{\text{HOP } (-1/1)}$

$f_1(3) = 5 \Rightarrow$ $\underline{\text{TIP } (3/5)}$

B12T1 2. Schulaufgabe am 21.01.14

$$\frac{x^2+4x-1}{2x-2} = -\frac{3}{2}x + \frac{17}{2}$$ 1.4.2

$\Leftrightarrow x^2+4x-1 = (2x-2)(-\frac{3}{2}x + \frac{17}{2})$

$\Leftrightarrow x^2+4x-1 = -3x^2+17x+3x-17$

$\Leftrightarrow 4x^2-16x+16=0$

$\Leftrightarrow 4(x^2-4x+4)=0 \Leftrightarrow 4(x-2)^2=0$

$x=2$ ist zweifache Lsg ; $g(2)=5{,}5$; $P(2|5{,}5)$

Die Ber. des Berührpunkts führt auf eine quadrat. Gleichung mit maximal 2 Lsgen. Da für den Berührpunkt eine 2-fache Lsg erforderlich ist, kann es keine weitere Lsg der Gleichung mehr geben; also kann es auch keinen weiteren gemeins. Punkt geben. 1.4.3

G_f und Asymptoten 1.4.4

B12T1 2. Schulaufgabe am 21.01.14 (3/3)

2.0 $g_k: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 3k \\ -4 \\ k \end{pmatrix}$; $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

2.1 $\left.\begin{array}{l} 3k = -2a \\ -4 = 2a \Rightarrow a = -2 \\ k = a \quad k = -2 \end{array}\right\} -6 = 4 \; (\text{f})$ Nie parallel oder ident.

$$\begin{aligned} \text{I)} \quad & 3\mu k = -4 - 2\lambda \\ \text{II)} \quad & 3 - 4\mu = 7 + 2\lambda \\ \text{III)} \quad & 3 + \mu k = 5 + \lambda \Leftrightarrow \mu k = 2 + \lambda \text{ in I } (*) \end{aligned}$$

I: $3(2+\lambda) = -4 - 2\lambda \Leftrightarrow 6 + 3\lambda = -4 - 2\lambda \Leftrightarrow \underline{\lambda = -2}$

in $(*)$: $\mu k = 2 - 2 = 0 \Rightarrow \underline{\mu k = 0}$

λ in II $3 - 4\mu = 7 - 4 \Leftrightarrow -4\mu = 0 \Leftrightarrow \underline{\mu = 0}$

$\mu k = 0$ für alle Werte v. k

$\Rightarrow$ alle Geraden g_k schneiden Gerade h

2.2 $\mu = 0 \Rightarrow \underline{S(0|3|3)}$

$\vec{u}_{g_1} \circ \vec{u}_h = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = -6 - 8 + 1 = -13$

$|\vec{u}_{g_1}| = \sqrt{3^2 + (-4)^2 + 1^2} = \sqrt{26}$

$|\vec{u}_h| = \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + 1^2} = 3$

$\varphi = \cos^{-1} \frac{|-13|}{3\sqrt{26}} \Rightarrow \underline{\varphi = 31{,}81^\circ}$

2.3 $\vec{OX_L} \circ \vec{u}_g = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} -4 - 2\lambda \\ 7 + 2\lambda \\ 5 + \lambda \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$

$\Leftrightarrow 8 + 4\lambda + 14 + 4\lambda + 5 + \lambda = 0 \Leftrightarrow 27 + 9\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = -3$

$L(-4 - 2\cdot(-3) | 7 + 2\cdot(-3) | 5 - 3) = \underline{L(2|1|2)}$

2.4 g_0 liegt in der $x_2 - x_3$ - Ebene

echt parallel zur x_2 - Achse ; senkr zur x_1-x_3-E.